BSZ Technik & Wirtschaft Pirna

Rechenheft für einen glatten Übergang

Hallo liebe Schülerinnen & Schüler,

im Mathematikunterricht der Fachoberschule oder des Beruflichen Gymnasiums bearbeiten wir zu Schuljahresbeginn mathematische Grundlagen. Nicht alle diese Grundlagen haben Sie bis heute so ausführlich gelernt, wie wir Lehrer uns das erträumen. Nicht alle diese Grundlagen können wir im kommenden Schuljahr so ausführlich behandeln, wie Sie als Schüler sich das erträumen.
Deshalb sollten Sie sich auf diese Herausforderung gezielt vorbereiten. Dabei wird Ihnen dieses Rechenheft helfen.

Zur Weiterarbeit empfehlen wir auch "Training Gymnasium - Mathematik Wiederholung Algebra" (ISBN 978-3-89449-849-8) vom Stark-Verlag für 13,95 €.

Nutzen Sie auch das kostenfreie Angebot auf http://www.unterricht.de/themen/mittelstufe.

Ihre zukünftigen Mathelehrer wünschen gutes Gelingen.

gez. Schulleiterin

1.1 Mengenschreibweise

$\cup$ ...Vereinigungsmenge *$\cap$....Schnittmenge*

1.1.1 Gegeben sind die Mengen A = {1, 2, 3, 4, 5}; B = {2, 4, 6, 8, 10} und C = {1, 3, 5, 7, 9}. Bilden Sie daraus die angegebenen Mengen:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cap C$

1.1.2 Gegeben sind die Mengen A = {a, b, c, d}; B = {c, d} und C = {d, e, f}. Bilden Sie daraus die angegebenen Differenzmengen:

a) A\B b) C\A c) A\C

1.1.3 Beschreiben Sie folgende Mengen in Worten:

a) A = {2, 4, 6, 8, 10} b) B = {2, 4, 8, 16, 32, 64, 128}
c) C = {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}

1.2 Potenzgesetze

...findet man in jeder Formelsammlung

1.2.1 Fassen Sie den Term so weit wie möglich zusammen

a) $b^4 + b^5 - 2b^4 + 3b^7$ b) $3x^2 + 5x^3 - 12x + 5x^2 - x^3$
c) $ab^2 + a^2b^2 + c^2b + 2ab^2 - a^2b^2$ d) $4xy + 3yx - 4yx^2 + 12xy^2$

1.2.2 Berechnen Sie den Wert des Terms ohne Taschenrechner

a) 7^0 b) a^0 c) $2^2 \cdot 2^3$
d) $a^5 \cdot a^4$ e) $6^{-2} \cdot 6^3$ f) $a^{-3} \cdot a^2$
g) $(2^2)^3$ d) $(a^2)^7$

1.3 Hauptnenner + Primfaktorzerlegung

1.3.1 Erweitern Sie die Brüche so, dass sie den gleichen Nenner haben. Dieses Verfahren nennt man „gleichnamig machen von Brüchen“. Der gleiche Nenner heißt „Hauptnenner“.

a) $\frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{7}{20}$ b) $\frac{1}{x}; \frac{2}{y}; \frac{x}{z}$ c) $\frac{1}{x-3}; \frac{5}{x+3}; \frac{x}{x^2-9}$
d) $\frac{b-2a}{3ab}; \frac{6a-b}{9ab}$

1.3.2 In welche unteilbaren Faktoren (Primfaktoren) können Sie die Zahl zerlegen?

a) 12 b) 24 c) 81

1.4 Bruchrechnung

1.4.1 Wir erweitern die Brüche so, dass jeder von ihnen den gleichen Nenner hat. (Achtung: Auch eine natürliche oder ganze Zahl ist eine rationale Zahl.)

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{4} - 3$
d) $\frac{3}{4} - \frac{7}{10}$

1.4.2 Multiplikation: Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner. (Achtung: Im Vorfeld evtl. überkreuz kürzen bzw. im Nachhinein Ergebnis evtl. kürzen.)

a) $\frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3} * \frac{3}{8}$ c) $\frac{3}{4} * 3$
d) $\frac{10}{49} * \frac{7}{5}$

1.4.3 Division: Eine Divisionsaufgabe führen wir auf eine Multiplikationsaufgabe zurück, indem wir den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs (Zähler und Nenner vertauschen) multiplizieren.

a) $\frac{1}{2} / \frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3} / \frac{2}{8}$ c) $\frac{3}{4} / 3$

d) $\frac{20}{36} / \frac{15}{21}$

1.4.4 Potenzieren/Radizieren: Ein Exponent wirkt sowohl auf den Zähler als auch auf den Nenner.

a) $(\frac{1}{2})$^2 b) $(\frac{3}{9})$^2 c) sqrt$(\frac{25}{49})$

d) $(\frac{8}{6} - \frac{4}{9}) / (\frac{2}{9})$^2

1.5 ausmultiplizieren

Ziel ist das Auflösen der Klammern und größtmögliche Zusammenfassung des entstandenen Terms.

1.5.1 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen.

a) $8x -(5x +3)$ b) $9x^2 +(7x -5) +3 -(4x -7x^2)$
c) $9{,}2ax + 13{,}2bx -(-7{,}4bx -5{,}8ax)$ d) $4(x +2) -2(^1/_2 -x)$
e) $2x(x -4) +^1/_2(8x -12)$ f) $4x^2(x +3) -2x(^1/_2x^2 -4x)$
g) $(8x -12y)(2x +3y)$ h) $(6x +5y)(^1/_2x -2y)$
i) $(x +3)(2x -3)(-x -4)$

1.6 ausklammern

Man spricht auch vom "Faktorisieren", wenn aus einem Summenterm ein Produktterm gemacht wird.

1.6.1 Suchen Sie in den Termen die gemeinsamen Faktoren & klammern Sie sie aus:

a) $12x +8xy -16xy^2$ b) $-3x^2 -6x^3 -9x^4$ c) $^1/_2xy +^1/_2xy^2 -^3/_2x^2y$

1.6.2 Klammern Sie 4x aus

a) $16x^3 -12x^2 +4x$ b) $400x^2 +40x +16$ c) $0{,}4x +x^2$

1.6.3 Klammern Sie $^1/_3$ aus

a) $^1/_3x^2 -2x -^1/_3$ b) $^1/_9x^2 +^2/_3x +3$

1.7 binomische Formeln

$(a +b)^2 = a^2 +2ab +b^2$ $(a -b)^2 = a^2 -2ab +b^2$ $(a +b)(a -b) = a^2 -b^2$

1.7.1 Multiplizieren Sie nach den binomischen Formeln aus.

a) $(x +4y)^2$ b) $(^1/_2x -^3/_4y)^2$ c) $(x +7y)(x -7y)$
d) $(3x -5t)(3x +5t)$

1.7.2 Zerlegen Sie nach den binomischen Formeln in Faktoren. ("binomische Formel rückwärts")

a) $x^2 +2xy +y^2$ b) $16 -8y +y^2$ c) $4x^2 -9y^2$

1.8 Termumformung

1.8.1 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen:

a) $(5a -3b) -(8a +5b)$
b) $(8p -13q) -(6p -7q) +(11p +4q) -(9p +5q)$
c) $[7m -(5n +3)] -[-(6n +7) +5m -(3n -2)]$

1.8.2 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen:

a) $3(4a-5)-7(2a-3)+4(-3a+5)$ b) $(4x-2y)(2x-10y)$

c) $(3x^2-5)(2y^2-3y+1)$

1.8.3 Fassen Sie zusammen und vereinfachen Sie. Bilden Sie zunächst jeweils den Hauptnenner:

a) $x-\frac{1-x}{3}+\frac{2x}{3}$ b) $\frac{1}{2a}-\frac{3}{3a}-\frac{3a+5b}{ab}$ c) $t+3-\frac{t(t+3)}{t-3}$

1.9 Satz des Pythagoras

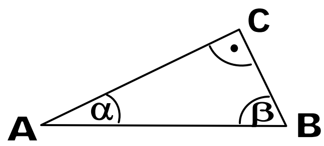
Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Quadrat der Hypotenuse. $a^2+b^2=c^2$.

1.9.1 Berechnen der fehlenden Seite im rechtwinkligen Dreieck.

a) a = 5 cm, b = 15 mm b) c = 8 m, a = 0,7 m

1.10 trigonometrische Berechnungen

1.10.1 im rechtwinkligen Dreieck

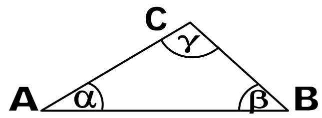


a) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$. Die Dreieckseiten a und c mit den Längen a = 8 cm und c = 13 cm sind ebenfalls gegeben. Berechnen Sie die Länge der Seite b und die Winkel α und β.

b) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$. Die Dreieckseite c mit der Länge c = 25 cm und der Winkel mit $\alpha = 18°$ sind ebenfalls gegeben. Berechnen Sie die Länge der Seiten a und b und den Winkel β.

c) Ein Mast für ein kleines Windrad soll aufgestellt werden. Die Befestigung des Mastes erfolgt neben dem Einlassen in den Erdboden über vier Stahlseile. Das Spannen der Seile ermöglicht die Befestigung in 30 m Höhe und die in die Erde eingelassenen Anker. Der Spannwinkel Mast–Seil soll 60° betragen. In welcher Entfernung vom Mast müssen die Anker eingebracht werden. Wie viel Meter Seil werden für das Spannen benötigt.

1.10.2 im allgemeinen Dreieck



a) Gegeben ist ein Dreieck ABC. Die Dreieckseiten a und c mit den Längen a = 80 cm und c = 55 cm und der Winkel α mit $\alpha = 75°$sind ebenfalls gegeben. Berechnen Sie die Länge der Seite b und die Winkel β und γ.

b) Gegeben ist ein Dreieck ABC. Die Dreieckseiten a, b und c mit den Längen a = 4cm, b = 5cm und c = 6 cm sind ebenfalls gegeben. Berechnen Sie die Winkel α, β und γ.

1.11 Strahlensatz

a) Ein Haus wirft einen 35 m langen Schatten. Zur gleichen Zeit wirft ein 1 m langer Stab, welcher senkrecht im Boden steckt, einen 1,4 m langen Schatten. Wie hoch ist das Haus?

b) Mittels einer 5 cm großen Streichholzschachtel, welche 2 dm vom Auge entfernt gehalten wird, kann ein Gebäude in 200 m Entfernung komplett verdeckt werden. Wie groß ist das Gebäude?

2.1 lineare Gleichungen

Bei linearen Gleichungen steht die Lösungsvariable in der 1. Potenz.

2.1.1 Lösen Sie folgende Gleichungen.

a) $-19 + x = -7 + 7x$ b) $6 - (x - 6) = 5(x + 6)$

c) $3(5x + 3) = 3x - (6x - 18)$

2.1.2 Multiplizieren Sie aus und lösen Sie nach x auf.

a) $(x - 3)(x + 3) = (x + 1)(x - 2)$ b) $(2x - 5)(x + 3) = 2x^2 - (3x - 4) + 9$

2.1.3 Formen Sie die Bruchgleichung in eine lineare Gleichung um und lösen Sie diese.

a) $\frac{2}{x-2} = \frac{6}{15}$ b) $\frac{1}{x+3} = \frac{5}{x-1}$

c) $\frac{8}{2x-1} = \frac{10}{2x+1}$ d) $\frac{45}{5x+10} = \frac{27}{3x+6}$

2.2 Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt aus mehreren Termen wird immer genau dann Null, wenn einer der Faktoren Null ist.

2.2.1 Welche Werte von x lösen folgende Gleichung?

a) $x(x - 2) = 0$ b) $x^2(x + 3) = 0$ c) $(x - 4)(x + 3) = 0$

2.2.2 Lösen Sie die folgende Gleichung.

a) $x^2 + 10x = 0$ b) $x^3 - 4x = 0$ c) $(x^2 - 1)(2^x - 1) = 0$

2.2.3 Stellen Sie die folgende Gleichung nach x um.

a) $x^2 = {}^3/_2 x$ b) $x^3 = -2x^2 + 8x$ c) $(2x - 2)({}^1/_3 x + 1)(4x + 2)x = 0$

2.3 Lösungsvorschrift quadratischer Gleichungen

Die "Normalform" der quadratischen Gleichung lautet $x^2+px+q=0$.

Die Lösungen lauten dann: $x_{1,2} = -{}^p/_2 \pm \sqrt{({}^p/_2)^2 - q}$

2.3.1 Lösen Sie die folgenden Gleichungen

a) $x^2 + 6x - 16 = 0$ b) $x^2 + 9x = -18$ c) $2x^2 + 14 = -16x$

d) $x^2 - 18x = -81$ e) $7x + 18 = x^2$ f) $2x^2 = 12x - 32$

g) $30x = -108 - 2x^2$ h) $3x^2 + 30 = 21x$ i) $-162 = 2x^2 + 36x$

2.4 lineare Gleichungssysteme & Anwendungsaufgaben

Zum Lösen von linearen Gleichungssystemen kann man das Gleichsetzungsverfahren, das Einsetzungsverfahren oder das Additionsverfahren verwenden.

2.4.1 Lösen Sie folgende Gleichungssysteme, indem Sie ein geeignetes Verfahren anwenden.

a) $\begin{bmatrix} 11x - 8y = 84 \\ y = 4x \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} y = 5x - 50 \\ y = -x + 10 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} {}^1/_2 x + {}^1/_3 y = 4 \\ 2x - {}^1/_4 y = {}^5/_2 \end{bmatrix}$

2.4.2 Anwendungsaufgaben

a) Eine Klasse hat doppelt so viele Jungs wie Mädchen. Heute fehlen krankheitsbedingt sechs Jungs. Damit sind heute genauso viele Jungs wie Mädchen in der Klasse.

b) Ein Vater ist doppelt so alt wie sein Sohn. Vor 15 Jahren war er fünfmal so alt wie sein Sohn. Wie alt sind Vater und Sohn heute?

c) Ein Bauer wird nach der Anzahl seiner Schweine und Kühe gefragt. Er sagt: „Ich habe dreimal so viele Kühe wie Schweine. Alle Tiere zusammen haben 192 Beine.“ Wie viele Schweine und Kühe hat der Bauer?

3.1 Hantieren mit Ereignissen

Der Ausgang eines Zufallsexperiments heißt Ergebnis. Die Menge aller möglichen Ergebnisse ist der Ergebnisraum Ω. Ein Ereignis E ist eine Teilmenge der Ergebnismenge.

3.1.1 Drei Münzen werden gleichzeitig geworfen. Geben Sie alle möglichen Ereignisse an. (Verwenden Sie abkürzend für Kopf k und für Zahl z; also z.B. kkz)

3.1.2 Betrachtet wird ein idealer Würfel. Es gibt die Ereignisse E_1 = „die Augenzahl ist gerade.“ bzw. E_2 = „Die Augenzahl ist größer als 3.“
a) Stellen Sie die Ereignisse E_1 bzw. E_2 dar.
b) Bestimmen Sie die Ereignisse $E_1 \cap E_2$, $E_1 \cup E_2$ sowie $\overline{E_2}$.

3.1.3 Geben Sie jeweils die Elemente des Gegenereignisses von den folgenden an.
a) E_a: „Mit einem Würfel wird eine 6 gewürfelt.“
b) E_b: „Mit einem Würfel wird eine Quadratzahl gewürfelt.“
c) E_c: „Beim Werfen zweier Münzen liegt eine Zahl oben.“
d) E_d: „Bei vier Schüssen auf eine Zielscheibe werden vier Treffer erzielt.“

3.1.4 Beim Würfeln mit einem Würfel gewinnt Jan, wenn die Augenzahl gerade ist und Ann, wenn die Augenzahl durch drei teilbar ist. Geben Sie folgende Ereignisse an:
a) E_a: „Jan gewinnt.“ b) E_b: „Ann gewinnt.“
c) E_c: „Einer von beiden gewinnt.“ d) E_d: „Beide gewinnen.“
e) E_e: „Jan gewinnt nicht.“

3.1.5 Eine Firma bestellt für ihre Mitarbeiter 25 baugleiche USB-Sticks. Geben Sie für die Anzahl defekter Sticks folgende Ereignisse an:
a) E_a: „Genau 21 Sticks sind in Ordnung.“
b) E_b: „Weniger als 3 Sticks sind defekt.“
c) E_c: „Mindestens 20 Sticks sind in Ordnung.“
d) E_d: „Höchstens 5 Sticks sind defekt.“
e) E_e: „Mindestens 20 Sticks sind in Ordnung, aber höchstens 4 sind defekt.“

3.2 Laplace-Wahrscheinlichkeit [WK]

Tritt jedes von n Elementarereignissen gleichwahrscheinlich ein, dann ist die WK $p = {}^{1}/_{n}$

3.2.1 Ist folgendes Experiment ein "Laplace-Experiment"?
a) Aus einer Klasse wird ein Schüler zufällig gewählt.
b) Aus einer Urne mit 4 roten und 3 schwarzen Kugeln wird eine Kugel genommen.
c) Aus einer Klasse wird ein Schüler zufällig gewählt und seine Mathenote notiert.

3.2.2 Welche WK hat das Ereignis?
a) Beim Werfen eines idealen Würfels tritt "gerade Augenzahl" ein.
b) Bei der Geburt von Zwillingen gibt es genau zwei Jungs.
c) Beim Werfen von zwei idealen Würfeln ergibt sich die Augensumme 7.
d) Bei einer unkontrolliert leuchtenden Ampel leuchtet genau eine Lampe.
e) Beim Werfen von 4 Münzen erhält man die gleiche Anzahl von "Kopf" und "Zahl".

3.3 Kombinatorik

3.3.1 Permutationen

a) Wie viele verschiedene 5stellige Zahlen kann man aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 bilden, wenn in jeder Zahl alle Ziffern verschieden sein müssen?

b) Vier Urlaubsgäste sind übereingekommen, zu jedem Mittag- und Abendessen die Plätze zu wechseln. An welchem Urlaubstag werden sie die Wiederholung der Anordnung des ersten Tages feiern können?

c) Wie viele Anordnungen der Buchstaben a, b, c, d beginnen mit b?

3.3.2 Variationen

a) An einem Pferderennen beteiligen sich 5 Reiter. Es sollen die drei Erstplatzierten in richtiger Reihenfolge getippt werden. Wie viele Tipps müssen mindestens abgegeben werden?

b) Ein Deutschkurs mit 12 Schülern erhält 3 Theaterkarten und zwar eine für das Parkett, eine für den ersten Rang und eine für die Loge. Wie viele Möglichkeiten der Verteilung gibt es?

c) Aus sieben verschiedenfarbigen Ballen Fahnentuch sollen dreifarbige Fahnen hergestellt werden. Wie viele Fahnen sind möglich?

3.3.3 Kombinationen

a) Berechnen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, aus 15 Personen einer Klasse genau drei auszuwählen.

b) Vier Mannschaften nehmen an einem Volleyballturnier teil. Berechnen Sie die Anzahl der Spiele, die bei diesem Turnier gespielt werden, wenn jede Mannschaft gegen jede spielt.

c) Bei einer Prüfung werden den Schülern 15 Aufgaben vorgelegt, 10 Aufgaben aus Gruppe A und 5 Aufgaben aus Gruppe B.
Jeder Prüfling hat 12 der 15 Aufgaben zu bearbeiten, davon mindestens 8 aus Gruppe A. Berechnen Sie, wie viele Auswahlmöglichkeiten der Schüler für seine 12 Aufgaben hat.

3.4 Baumdiagramme

Mehrstufige Zufallsexperimente: die Reihenfolge der Durchführungen soll beachtet werden. Erstellen Sie jeweils ein Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten.

3.4.1 mit Zurücklegen

a) Zufallsexperiment: Zweimaliges Werfen einer idealen Münze.

b) Zufallsexperiment: In einer Urne befinden sich 30 rote und 20 schwarze Kugeln. Es werden drei Kugeln nacheinander herausgezogen.

3.4.2 ohne Zurücklegen

a) Zufallsexperiment: In einer Urne befinden sich 30 rote und 20 schwarze Kugeln. Es werden drei Kugeln nacheinander herausgezogen.

b) Zufallsexperiment: In einer Urne befinden sich 3 rote, 1 gelbe und 2 schwarze Kugeln. Es werden zwei Kugeln nacheinander herausgezogen.

4.1 $\mathbb{D}$efinitions- und $\mathbb{W}$ertebereich

Der Definitionsbereich $\mathbb{D}$ einer Funktion f umfasst alle x-Werte, denen die Funktion f einen y-Wert zuordnet. Der Wertebereich $\mathbb{W}$ einer Funktion f umfasst alle y-Werte, die die Funktion f den x-Werten zuordnet.

4.1.1 Überprüfen Sie, ob die angegebenen Zahlen zum Definitionsbereich der Funktion gehören!

a) $f(\mathrm{x}) = {}^1/_2\mathrm{x}^2 + 2$ 3; –1; 0; $^1/_2$

b) $f(\mathrm{x}) = \sqrt{\mathrm{x} - 3}$ 5; –2; 0; 6; 3

c) $f(\mathrm{x}) = \frac{1}{\mathrm{x}^2}$ 1; 0,7; –2; 0

4.1.2 Überprüfen Sie, ob die angegebenen Zahlen zum Wertebereich der Funktion gehören!

a) $f(\mathrm{x}) = {}^1/_2\mathrm{x}^2 + 2$ 2; –1; 0

b) $f(\mathrm{x}) = \sqrt{\mathrm{x} - 3}$ 4; –2; 0

c) $f(\mathrm{x}) = \frac{1}{\mathrm{x}^2}$ 1; –5; 0

4.1.3 Geben Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich folgender Funktionen an!

a) $f(\mathrm{x}) = 3\mathrm{x} - 7$ b) $f(\mathrm{x}) = \mathrm{x}^2 - 4$ c) $f(\mathrm{x}) = \frac{1}{\mathrm{x}}$

4.2 Graph und Wertetabelle

4.2.1 Stellen Sie folgende Wertetabelle graphisch dar.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–4	–2	0	2	4	6	8

4.2.2 Stellen Sie folgende Wertetabelle in einem Koordinatensystem graphisch dar.

x	0	10	20	30	40	50	60
y	–2.000	–1.500	–1.000	–500	0	500	1.000

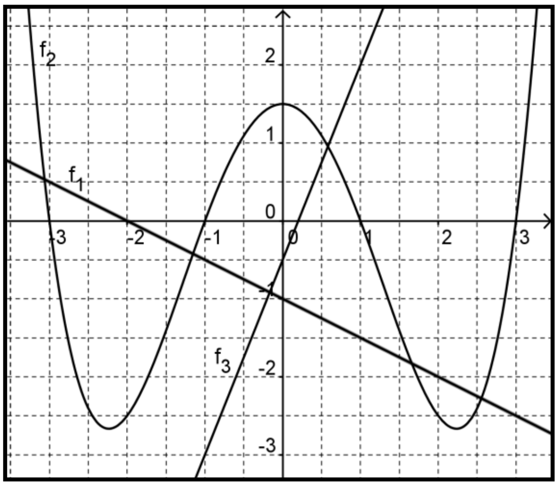
4.2.3 Stellen Sie zu folgenden Graphen jeweils die Wertetabelle auf.

f_1:	x	–3	–2	–1	0	1	2	3
	y							

f_2:	x	–3	–2	–1	0	1	2	3
	y							

f_3:	x	–3	–2	–1	0	1	2	3
	y							

f_3:	x					
	y	–3	–2	0	1,5	2



4.3 lineare Funktionen + Steigungsdreieck

4.3.1 Skizzieren Sie die Gerade in ein Koordinatensystem, die sich aus der Funktionsgleichung *g* ergibt.

a) $g_1(\mathrm{x}) = \mathrm{x} - 4$ b) $g_2(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x} - 2$ c) $g_3(\mathrm{x}) = {}^1/_3\mathrm{x}$

d) $g_4(\mathrm{x}) = -\mathrm{x} - 1$ e) $g_5(\mathrm{x}) = -{}^2/_3\mathrm{x} + 2$ f) $g_6(\mathrm{x}) = -2\mathrm{x} + 2$

4.3.2 Prüfen Sie rechnerisch, ob einer der Punkte
P_1(0/ 1), P_2(1/ –1), P_3(–1/ 3), P_4(2/ 2), P_5(–2/ 0)
auf einer der Geraden *g* liegt.

a) $g_1(\mathrm{x}) = \mathrm{x} + 2$ b) $g_2(\mathrm{x}) = -{}^1/_3\mathrm{x} + {}^8/_3$ c) $g_3(\mathrm{x}) = {}^1/_2\mathrm{x} + 1$

d) $g_4(\mathrm{x}) = -{}^1/_2\mathrm{x} - 1$ e) $g_5(\mathrm{x}) = -2\mathrm{x} + 1$ f) $g_6(\mathrm{x}) = -2\mathrm{x} + 6$

4.3.3 Stellen Sie die Gleichung der linearen Funktion in der Form $g(x) = mx + b$ auf, deren Graph durch die zwei Punkte verläuft.
a) $P_1(0/\,4)$, $P_2(1/-2)$ b) $P_1(1/-2)$, $P_2(2/\,3)$
c) $P_1(-3/-1)$, $P_2(-1/-3)$

4.3.4 Wie lauten die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen?
a) $g_1(x) = -{}^1/_2x + 2$ b) $g_2(x) = 4x - 4$ c) $g_3(x) = {}^2/_3x + 8$

4.3.5 Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden und überprüfen Sie ihr Ergebnis mit einer Skizze.
a) $g_1(x) = 2x - 1$ $f_1(x) = -x + 2$
b) $g_2(x) = -{}^1/_3x + 1$ $f_2(x) = x - 3$
c) $g_3(x) = {}^1/_2x + {}^5/_4$ $f_3(x) = -2x + {}^5/_2$

4.3.6 Welchen Winkel bilden die folgenden Geraden mit der x-Achse?
a) $g_1(x) = -x + 2$ b) $g_2(x) = 2x - 2$ c) $g_3(x) = {}^2/_3x$

4.4 Quadratische Funktionen + Scheitel

S_y ...Schnittpunkt mit y-Achse; S_x... Schnittpunkt mit x-Achse

4.4.1 Berechnen Sie für folgende quadratische Funktionen jeweils die Schnittpunkte der Bilder dieser Funktionen mit den Koordinatenachsen.
a) $f(x) = x^2 - 9$ b) $f(x) = {}^1/_4x^2 - 4x$ c) $f(x) = {}^1/_2x^2 - 3x + 4$

4.4.2 Geben Sie jeweils den Scheitel der Parabel an, die durch folgende Gleichungen gegeben sind:
a) $f(x) = -4x^2 + 5$ b) $f(x) = (x + 3)^2 - 7$ c) $f(x) = x^2 + 6x - 12$

Fertigen Sie zu den folgenden Aufgaben jeweils eine Skizze an.

4.4.3 Berechnen Sie die Scheitel der Parabel, sowie deren Schnittpunkte mit der x-Achse.
Diese Punkte bilden ein Dreieck. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt.
a) $f(x) = 3x^2 - 3$ b) $f(x) = -{}^1/_3x^2 - 6x$ c) $f(x) = x^2 - x - 6$

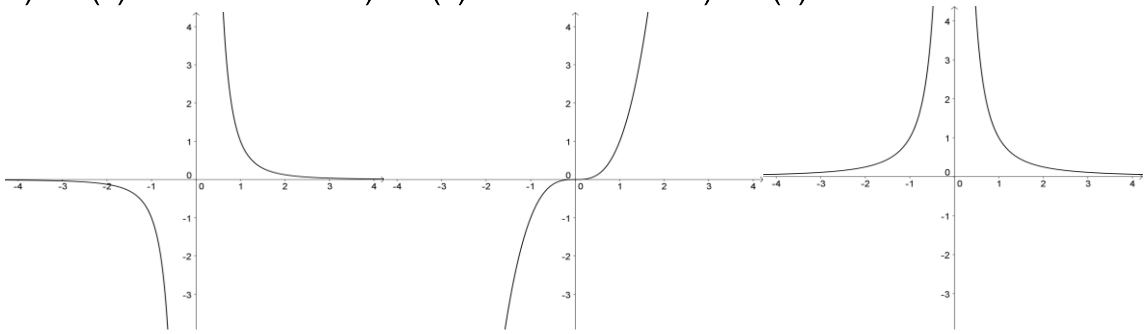
4.4.4 Die Scheitel der folgenden Parabeln mit den Gleichungen $f(x)$ und $g(x)$ werden durch eine Gerade verbunden.
Berechnen Sie jeweils die Scheitel und stellen Sie die entsprechende Gleichung für die jeweiligen Verbindungsgeraden $h(x)$ auf:
a) $f(x) = {}^1/_2x^2 + 2$ und $g(x) = (x + 3)^2$
b) $f(x) = (x - 4)^2$ und $g(x) = x^2 + 4x + 2$
c*) $f(x) = x^2 - 6x - 1$ und $g(x) = -(x + 5)^2 + 2$

4.5 Grundfunktionen

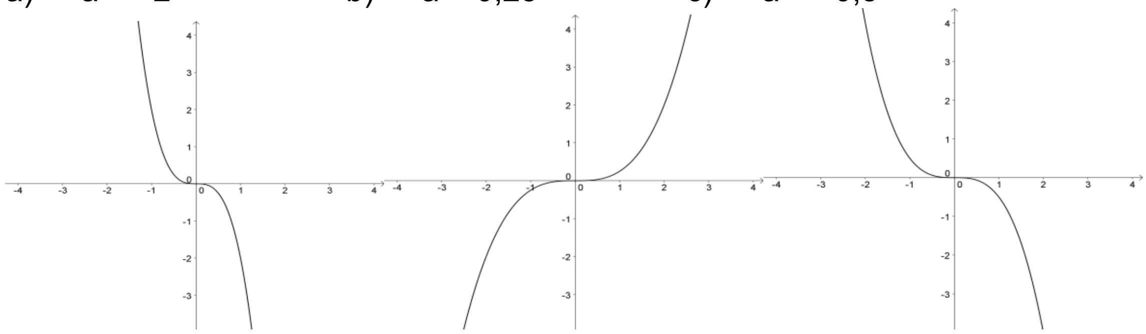
Bei Potenzfunktionen der Form $f(x) = x^n$ steht das Argument in der Basis einer Potenz, während der Exponent n die Werte aller ganzen Zahlen außer Null annehmen kann. Die Schaubilder nennt man für $n > 0$ Parabel n-ter Ordnung, für $n < 0$ Hyperbel n-ter Ordnung.

4.5.1 Durch welchen Punkt verlaufen die Graphen aller Potenzfunktionen?

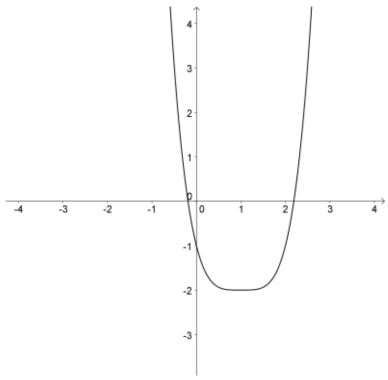
4.5.2 Ordnen Sie die Funktionsgleichungen den Graphen der Abbildungen 1 bis 3 zu.
a) $f(x) = x^3$ b) $f(x) = x^{-3}$ c) $f(x) = x^{-2}$



4.5.3 Abgebildet sind Graphen der Potenzfunktion 3. Grades mit der Gleichung $f(x) = ax^3$. Ordnen Sie die Werte a den Graphen 1 bis 3 zu.
a) $a = -2$ b) $a = 0{,}25$ c) $a = -0{,}5$



4.5.4 Der Graph der Parabel 4. Grades wurde um s LE in negative y-Richtung und t LE in positive x-Richtung verschoben. Geben Sie die Funktionsgleichung an.



Ergebnisse

1.1.1	a) 1,2,3,4,5,6,8,10 b) 2,4 c) 1,3,5
1.1.2	a) a, b b) e, f c) a, b, c
1.1.3	a) gerade Zahlen von 2-10 b) alle Potenzen von 2^n von n=1 bis n=7 c) n^2 von n=1 bis n=10
1.2.1	a) – b4 + b 5 + 3b7 b) $8x^2 + 4x^3 - 12x$ c) 3ab2 + c2b d) $7xy - 4yx^2 + 12xy^2$
1.2.2	a) 1 b) 1 c) 25 d) a^9 e) 6 f) a^{-1} g) 26 d) a^{14}
1.3.1	a) 60 b) xyz c) $x^2 - 9$ d) 9ab
1.4.1	a) 1 b) 5/8 c) –9/4 d) 1/20
1.4.2	a) 1/4 b) 1/4 c) 9/4 d) 2/7
1.4.3	a) 1 b) 16/9 c) 1/4 d) 4/9
1.4.4	a) 1/4 b) 1/9 c) 5/7 d) 18
1.5.1	a) $3x - 3$ b) $16x^2 + 3x - 2$ c) $10ax + 20bx$ d) $6x + 7$ e) $2x^2 - 4x - 6$ f) $3x^3 + 20x^2$ g) $16x^2 - 36y^2$ h) $3x^2 - 9{,}5xy - 10y^2$ i) $-2x^3 - 11x^2 - 3x + 36$
1.6.1	a) $4x$ b) $-3x^2$ c) $^1/_2xy$
1.6.2	a) $4x^2 - 3x + 1$ b) $100x + 10 + {}^4/_x$ c) 0,1 0,25x
1.6.3	$x^2 - 6x - 1$ b) $^1/_3x^2 + 2x + 9$
1.7.1	a) $x^2 + 8xy + 16y^2$ b) $^1/_4x^2 - {}^3/_4xy + {}^9/_{16}y^2$ c) $x^2 - 49y^2$ d) $9x^2 - 25t^2$
1.7.2	a) $(x + y)^2$ b) $(4 - y)^2$ c) $(2x + 3y)(2x - 3y)$
1.8.1	a) $-3a - 8b$ b) $4p - 7q$ c) $2m + 4n + 2$
1.8.2	a) $-14a + 26$ b) $8x^2 - 44xy + 20y^2$ c) $6x^2y^2 - 9x^2y + 3x^2 - 10y^2 + 15y - 5$
1.8.3	a) $(6x - 1)/3$ b) $(-12a - 21b)/4ab$ c) $-3(t + 3)/(t - 3)$
1.9.1	
1.10.1	a) b = 10,25 α = 37,98° β = 52,02° b) b = 23,78 a = 7,725 β = 72° c) 51,96m 240m
1.10.2	a) b = 74,1 β = 63,4° γ = 41,6° b) α = 41,41° β = 55,77° γ = 82,82
1.11	a) 25 m b) 50 m
2.1.1	a) x = –2 b) x = –3 c) x = 0,5
2.1.2	a) x = 7 b) x = 7
2.1.3	a) x = 7 b) x = –4 c) x = 4,5 d) x = R
2.2.1	a) $x \in \{0; 2\}$ b) $x \in \{0; -3\}$ c) $x \in \{4; -3\}$
2.2.2	a) $x \in \{0; -10\}$ b) $x \in \{0; 2; -2\}$ c) $x \in \{0; 1; -1\}$
2.2.3	a) $x \in \{0; 1{,}5\}$ b) $x \in \{0; 2; -4\}$ c) $x \in \{1; -3; -0{,}5; 0\}$
2.3.1	a) 2; –8 b) –3; –6 c) –1; –7 d) 9 e) –2; 9 f) nicht lösbar g) –6; –9 h) 2; 5 i) –9
2.4.1	a) x = –4; y = –16 b) x = 10; y = 0 c) x = (44/19); y = (162/19)
2.4.2	a) M = 6 J = 12 b) S = 20 V = 40 c) S = 12 K = 36
3.1.1	Ω = {kkk; kkz; kzk; kzz; zkk; zkz; zzk; zzz}
3.1.2	a) $E_1 = \{2; 4; 6\}$, $E_2 = \{4; 5; 6\}$ b) $E_1 \cap E_2 = \{4; 6\}$, $E_1 \cup E_2 = \{2; 4; 5; 6\}$, $\overline{E}_2 = \{1; 2; 3\}$
3.1.3	a) $\overline{E}_a = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ b) $\overline{E}_b = \{2; 3; 5; 6\}$ c) $\overline{E}_c = \{zz; kk\}$ d) $\overline{E}_d = \{0; 1; 2; 3\}$
3.1.4	a) $E_a = \{2; 4; 6\}$ b) $E_b = \{3; 6\}$ c) $E_c = \{2; 3; 4\}$ d) $E_d = \{6\}$ e) $E_e = \{1; 3; 5\}$
3.1.5	a) $E_a = \{4\}$ b) $E_b = \{0; 1; 2\}$ c) $E_c = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ d) $E_d = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ e) $E_e = \{21; 22; 23; 24; 25\}$
3.2.1	a) mit verbundenen Augen -> JA b) NEIN c) NEIN
3.2.2	a) 50% b) 25% c) $^1/_6$ d) $^3/_8$ e) 37,5%
3.3.1	a) 120 b) am 13.Tag c) 6
3.3.2	a) 60 b) 1320 c) 210
3.3.3	a) 455 b) 6 c) 355
4.1.1	a) ja: 3; -1; 0; ½ nein: - b) ja: 5;3 nein: -2; 0,6 c) ja: 1; 0,7; -2 nein: 0
4.1.2	a) ja:2 nein:-1;0 b) ja: 4;0 nein: -2 c) ja: 1 nein: -5;0
4.1.3	a) D=R; W=R b) D=R; W={$y \in R$; $y \geq -4$} c) D={$x \in R$; $x \neq 0$}; W={ $y \in R$; $y \neq 0$}
4.2.3	f_1) 0,5 0 –0,5 –1 –1,5 –2 –2,5 f_2) 0 –2,5 0 1,5 0 –2,5 0 f_3) –8 –5,5 –3 –0,5 2 4,5 7
4.3.1	a) steigend b) steil steigend c) flach steigend d) fallend e) flach fallend f) steil fallend
4.3.2	a) P_5 b) P_3 P_4 c) P_1 P_4 P_5 d) P_5 e) P_1 P_2 P_3 f) P_4
4.3.3	a) $g(x) = -6x + 4$ b) $g(x) = 5x - 7$ c) $g(x) = -x - 4$
4.3.4	a) S_y(0/ 2) N(4/ 0) b) S_y(0/ –4) N(1/ 0) c) S_y(0/ 8) N(–12/ 0)
4.3.5	a) S(1/ 1) b) S(3/ 0) c) S(0,5/ 1,5)
4.3.6	a) –45° b) 63° c) 34°
4.4.1	a) S_{x1}(3| 0) S_{x2}(–3| 0) S_y(0| –5) b)S_{x1}(0| 0) S_{x2}(16| 0) S_y(0| 0) c) S_{x1}(2| 0) S_{x2}(4| 0) S_y(0| 4)
4.4.2	a) S(0| 5) b) S(–3| –7) c) S(–3| –21)
4.4.3	a) A = 3 FE b) A = 243 FE c) A = 15,625 FE
4.4.4	a) $h(x) = 2/3x + 2$ b) $h(x) = 1/3x - 4/3$ c) $h(x) = -3/2x - 11/2$
4.5.	P(1/ 1)
4.5.2	a) Abb. 2 b) Abb. 1 c) Abb. 3
4.5.3	a) Abb. 1 b) Abb. 2 c) Abb. 3
4.5.4	$f(x) = (x + 1)^4 - 2$